Universidad La Salle México

Guía para Examen 3º Periodo

Matemáticas V - Examen #1

Salón #26 - Autores:

Rodrigo Alejandro Hernández Ortega
Emilio Soriano Chávez
Samantha Ulloa Heredia

Temas Incluidos en la Guía:

- Identidades Trigonométricas
- Interés Compuesto
- Exponentes
- Logaritmos

Tema 1 - Identidades Trigonométricas

Las identidades trigonométricas son igualdades que intervienen funciones trigonométricas, y son válidas para cualquier valor angular. Para determinar las identidades, se hace uso de las funciones trigonométricas básicas.

- **Recíprocas:**

$$sen(x)=\frac{1}{csc(x)}$$

$$\cos(x)=\frac{1}{sec(x)}$$

$$\tan(x)=\frac{1}{\cot(x)}$$

- **De Cociente:**

$$\tan(x)=\frac{sen(x)}{\cos(x)}$$

$$cot(x)=\frac{\cos(x)}{sen(x)}$$

- **Pitagóricas:**

$$\cos^2(x)+sen^2(x)=1$$

$$\cot^2(x)+1=csc^2(x)$$

$$1+\tan^2(x)=sec^2(x)$$

Ejemplo #1 - Identidades Trigonométricas

$$\boxed{\frac{1-sen^2(x)}{sec^2(x)}=\cos^4(x)}$$

- Procedimiento:

$$\left(\frac{\cos^2(x)}{1}\right)\left(\frac{1}{sec^2(x)}\right)=\cos^4(x)$$

$$(\cos^2(x))(\cos^2(x))=\cos^4(x)$$

$$\boxed{\cos^4(x)=\cos^4(x)}$$

Ejemplo #2 - Identidades Trigonométricas

$$\boxed{\cot^2(x)-\cos^2(x)=\cot^2(x)-\cos^2(x)}$$

- Procedimiento:

$$\frac{\cos^2(x)}{sen^2(x)}-\frac{\cos^2(x)}{1}=\frac{\cos^2(x)}{sen^2(x)}-\frac{\cos^2(x)}{1}$$

$$\frac{\cos^2(x)-(sen^2(x))(\cos^2(x))}{sen^2(x)}=\frac{\cos^2(x)-(sen^2(x))(\cos^2(x))}{sen^2(x)}$$

$$\frac{(\cos^2(x))(-sen^2(x))(1)}{sen^2(x)}=\frac{(\cos^2(x))(-sen^2(x))(1)}{sen^2(x)}$$

$$\left(\frac{\cos^2(x)}{sen^2(x)}\right)\left(\frac{\cos^2(x)}{1}\right)=\left(\frac{\cos^2(x)}{sen^2(x)}\right)\left(\frac{\cos^2(x)}{1}\right)$$

$$\boxed{(\cot^2(x))(\cos^2(x))=(\cot^2(x))(\cos^2(x))}$$

Ejemplo #3 - Identidades Trigonométricas

$$\boxed{\frac{2 - sen^2(x) - \cos^2(x)}{(2)(\cos(x))} = \frac{sec(x)}{2}}$$

- Procedimiento:

$$\frac{2 - sen^2(x) - (1 - sen^2(x))}{(2)(\cos(x))} = \frac{sec(x)}{2}$$

$$\frac{2 - sen^2(x) - 1 + sen^2(x)}{(2)(\cos(x))} = \frac{sec(x)}{2}$$

$$\frac{1}{(2)(\cos(x))} = \frac{sec(x)}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{sec(x)}{1}\right) = \frac{sec(x)}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{\cos(x)}\right) = \frac{sec(x)}{2}$$

$$\boxed{\frac{sec(x)}{2} = \frac{sec(x)}{2}}$$

Tema 2 - Interés Compuesto

Los intereses producidos por un capital (**co**) se van acumulando a este, al cabo del tiempo, para producir nuevos intereses. Los intervalos de tiempo, en los que se acumulan los intereses, se llaman periodos de capitalización, si son (**t**) años, y (**r**) es el interés anual en $\%$. El capital final (**cf**) está dado por la siguiente fórmula:

$$\boxed{cf = co\left(1 + \frac{r}{n(100)}\right)^{nt}}$$

- En esta fórmula, **n** tendrá el siguiente valor:

n	Los intereses se acumulan en:
12	Meses / Mensualmente
4	Trimestres / Trimestralmente
3	Cuatrimestres / Cuatrimestralmente
6	Bimestres / Bimestralmente
365	Días / Diariamente

- Si se quiere obtener el tiempo (**t**), se usa la siguiente fórmula:

$$t = \frac{\log(cf) - \log(co)}{(n)\log\left(1 + \frac{r}{n(100)}\right)}$$

Ejemplo #1 - Interés Compuesto

- ¿En cuánto se convertirán $15 000 que se invierten por 18 meses en una cuenta que paga 24% anual, capitalizable bimestralmente?

- Procedimiento:

- t = 1.5 años (18 meses)
- n = 6 (bimestralmente)
- r = 24%
- ca = $15 000
- cf = ?

$$cf = 15000\left(1 + \frac{24}{6(100)}\right)^{(6)(1.5)}$$

$$cf = 21349.68$$

Ejemplo #2 - Interés Compuesto

- ¿Cuántos años se requieren para que un capital de $3 000 se duplique, si se invierte a una tasa anual de 18% trimestralmente?

● Procedimiento:

- t = ?
- n = 4 (trimestralmente)
- r = 18%
- ca = $3 000
- cf = (3000)(2) = $6 000 (se duplica)

$$t=\frac{\log(6000)-\log(3000)}{(4)\log\left(\frac{1+18}{(4)(100)}\right)}$$

$$t=3.9397$$

Tema 3 - Exponentes

● Reglas de los exponentes:

$$a^0=1$$

$$(a^m)(a^n)=a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m=\frac{a^m}{b^m}$$

$$(ab)^m=a^m b^m$$

$$(a^m)^n=a^{mn}$$

$$a^{-m}=\frac{1}{a^m}$$

$$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$$

Ejercicios - Exponentes

$$3^0+2^0+10^0=1+1+1=3$$

$$2^3-5^2=8-25=-17$$

$$12^2\times12^3=12^5=248832$$

$$(12^2)^3=12^6=2985984$$

$$\frac{5^2}{5}=5$$

$$\frac{4^9}{4^6}=4^3$$

$$2^{-3}=\frac{1}{2^3}$$

$$5^{-2}=\frac{1}{5^2}$$

Tema 4 - Logaritmos

- Son la función inversa de los exponentes.

- El logaritmo de un número **x** es el exponente **y**, al que debemos elevar la base **b** para obtener dicho número. Por lo tanto tenemos que:

$$\boxed{y = \log_b(x)} \longrightarrow \boxed{b^y = x}$$

- **Propiedades de los Logaritmos:**

  - Producto:

$$\log(M \times N) = \log(M) + \log(N)$$

  - Cociente:

$$\log\left(\frac{M}{N}\right) = \log(M) - \log(N)$$

  - Potencia:

$$\log(M^p) = (p)(\log(M))$$

- **Cambio de Base:**

$$\boxed{\log_b(x)=\frac{\log_a(x)}{\log_a(b)}}$$

Ejercicio #1 - Logaritmos

$$\boxed{9^{x^2-16}=\frac{1}{729}}$$

- Procedimiento:

$$\log_9\left(\frac{1}{729}\right)=x^2-16$$

$$-3=x^2-16$$

$$-3+16=x^2$$

$$13=x^2$$

$$\boxed{\sqrt{13}=x}$$

Ejercicio #2 - Logaritmos

$$\boxed{\log_3 2(2x-1)-\log_3\left(x(3^2)\right)} \longrightarrow \boxed{\log_3\left(\frac{2(2x-1)}{-9x}\right)}$$

Ejercicio #3 - Logaritmos

$$\boxed{\log_3 = \frac{(x^2)(5^3)}{(x-1)^5}} \longrightarrow \boxed{(2)\log_3(x) + (3)\log_3(5) - 5\log_3(x-1)}$$